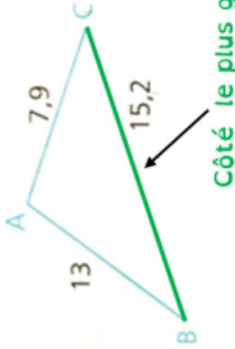


Séquence 2 : Utiliser la géométrie plane pour démontrer

Méthode 4 :
Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle



D'une part	D'autre part
$BC^2 = 15,2^2 = 231,04$	$AB^2 + AC^2 = 13^2 + 7,9^2 = 231,41$

$BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore : **BAC n'est pas rectangle en A**

ABC est un triangle rectangle en A,
AB=3cm et AC= 4cm
Calculer la longueur de l'hypoténuse BC.

Dans le triangle ABC, rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$BC^2 = 9 + 16$$

$$BC = \sqrt{25}$$

Le carré disparaît quand la racine apparaît.
BC = 5cm

ABC est un triangle rectangle en A,
AB=3cm et BC= 5 cm
Calculer la longueur du côté AC.

Dans le triangle ABC, rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$5^2 = 3^2 + AC^2$$

$$5^2 - 3^2 = AC^2$$

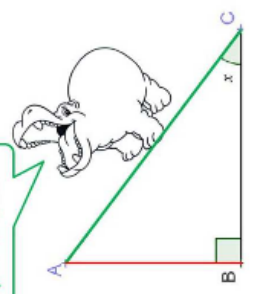
$$25 - 9 = AC^2$$

$$16 = AC^2$$

$$AC = \sqrt{16}$$

$$AC = 4cm$$

Théorème de Pythagore
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$



Troublesneurovisuels.unblog.fr
2016/2017


Méthode 1 :
Calculer la longueur de l'hypoténuse

Méthode 2 :
Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

Méthode 3 :
Démontrer qu'un triangle est rectangle

Méthode 1 :
Calculer la longueur de l'hypoténuse

Méthode 2 :
Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit



D'une part	D'autre part
$LK^2 = 14,2^2 = 201,64$	$ML^2 + MK^2 = 11,26^2 + 8,52^2 = 201,64$

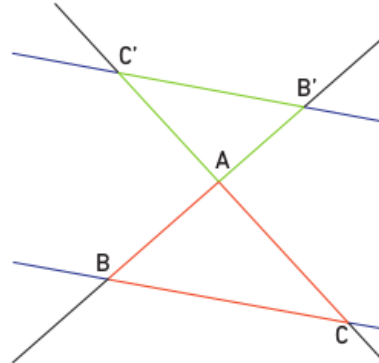
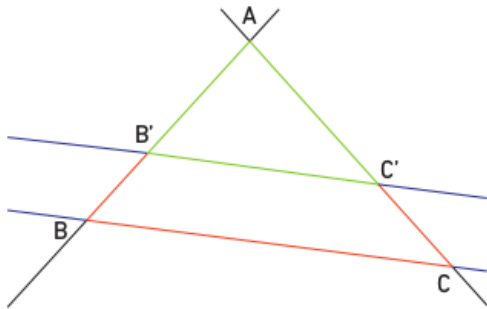
$LK^2 = ML^2 + MK^2$ alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore : **LMK est rectangle en M**

Le théorème de Thalès

I - Que dit le théorème de Thalès ?

Si deux droites parallèles coupent deux droites sécantes, alors elles déterminent deux triangles dont les côtés correspondants ont des longueurs proportionnelles.

Il y a deux situations qu'il faut être capable de reconnaître



Les triangles ABC et A'B'C' ont les longueurs de leurs côtés proportionnelles.

On dit que Les triangles AB'C' et ABC sont des triangles semblables

Triangle AB'C' :	AB'	AC'	B'C'
Triangle ABC :	AB	AC	BC

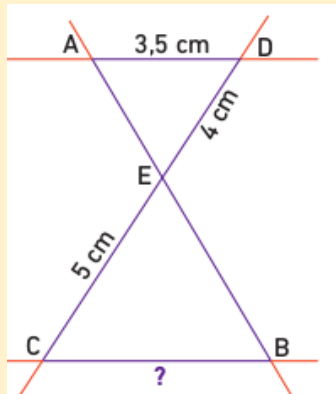
Ce tableau est un tableau de proportionnalité

EGALITE A CONNAITRE

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

Exercice Modèle :

Calculer la longueur BC sur la figure ci-contre.



Résolution :

Les droites (BA) et (DC) sont sécantes en E.

Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

On peut donc utiliser le théorème de Thalès qui donne :

$$\frac{AE}{EB} = \frac{DE}{EC} = \frac{AD}{BC}$$

on remplace par les longueurs connues

$$\frac{AE}{EB} = \frac{4}{5} = \frac{3,5}{BC}$$

on calcule BC en utilisant la quatrième proportionnelle :

$$BC = 3,5 \times 5 \div 4 = 4,375$$

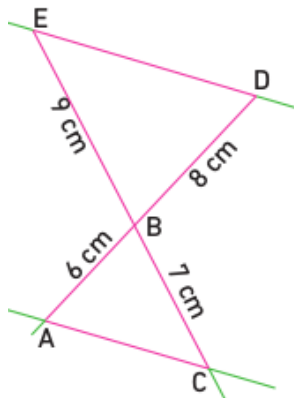
[BC] mesure 4,375 cm.

II – Que dit la propriété réciproque du théorème de Thalès ?

Si, d'une part, les points A, B et M et, d'autre part, les points A, C et N sont alignés dans le même ordre sur deux droites sécantes en A et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Exercice modèle :

Sur la figure ci-contre, les droites (ED) et (AC) sont-elles parallèles ?



Résolution :

Tout d'abord, les points E, B, C et D, B, A sont bien alignés dans le même ordre.

On calcule $\frac{EB}{BC}$: $\frac{EB}{BC} = \frac{9}{7} \approx 1,28$

On calcule $\frac{BD}{BA}$: $\frac{BD}{BA} = \frac{8}{6} \approx 1,33$






Donc $\frac{EB}{BC} \neq \frac{BD}{BA}$

Les rapports ne sont pas égaux donc les droites (ED) et (AC) ne sont pas parallèles.

A quoi servent les théorèmes de Thalès et de Pythagore ?

	Théorème de Pythagore	Théorème de Thalès
Conditions	Il faut un triangle rectangle	Il faut 2 triangles (ou 2 droites sécantes) et 2 droites parallèles
A quoi ça sert ?	Ça sert à calculer la longueur d'un côté du triangle	Ça sert à calculer une longueur d'un côté des triangles
	Réciproque du théorème de Pythagore	Réciproque du théorème de Thalès
Conditions	Il faut un triangle	Il faut 2 triangles (2 droites sécantes)
A quoi ça sert ?	Ça sert à vérifier si le triangle est rectangle	Ça sert à prouver que des droites sont parallèles

Des vidéos pour comprendre :

Vidéo : appliquer le théorème de Pythagore  	Vidéo : appliquer le théorème de Thalès 
Vidéo : appliquer la réciproque du théorème de Pythagore 	Vidéo : appliquer la réciproque du théorème de Thalès 

Deux QCM pour réviser en ligne :

Théorème de Thalès



Théorème de Pythagore



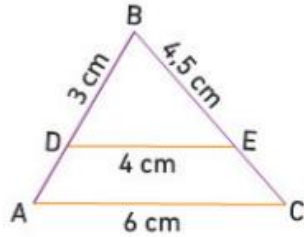
Auto-évaluation :

- Est-ce que je suis capable de calculer une longueur avec le théorème de Pythagore ?
- Est-ce que je suis capable de démontrer qu'un triangle est rectangle ?
- Est-ce que je suis capable de calculer une longueur avec le théorème de Thalès ?
- Est-ce que je suis capable de démontrer que deux droites sont parallèles ?
- Est-ce que je sais repérer quand utiliser le théorème de Pythagore et quand utiliser le théorème de Thalès ?
- Est-ce que je sais correctement rédiger ma démarche ?

Une évaluation en autonomie corrigée pour réviser et se préparer :

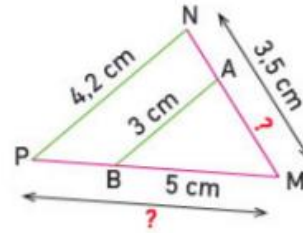
Exercice 1 :

Sur la figure ci-contre, les droites (AC) et (DE) sont parallèles. Calculer AB et BC.



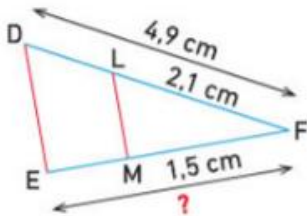
Exercice 2 :

Sur la figure ci-dessous, les droites (AB) et (NP) sont parallèles. Calculer AM et PM.



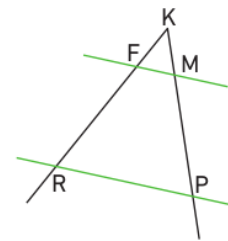
Exercice 3 :

Sur la figure ci-dessous, les droites (DE) et (LM) sont parallèles. Calculer EF.



Exercice 4 :

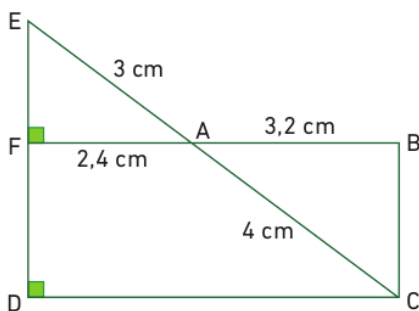
Sur la figure ci-dessous, les points K, F, R et K, M, P sont alignés. $KF = 3$, $KR = 9$, $KM = 4$, $KP = 12$.



Les droites (FM) et (RP) sont-elles parallèles ?

Exercice 5 :

On considère la figure ci-dessous :



1. Démontrer que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
2. Calculer BC et EF.
3. Calculer DC.
4. On place un point G sur le segment [DC] tel que $DG = 3$ cm. Les droites (FG) et (EC) sont-elles parallèles ?

Correction de l'évaluation :

Exercice 1 :

D est un point de la droite (BA)

E est un point de la droite (BC)

Les droites (DE) et (AC) sont parallèles.

Le théorème de Thalès donne :

$$\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC}$$

Calcul de AB :

$$\text{De } \frac{BD}{BA} = \frac{DE}{AC} \text{ on a } \frac{3}{BA} = \frac{4}{6}$$

$$\text{Donc } BA = \frac{3 \times 6}{4} = 4,5$$

[BA] mesure 4,5 cm

Calcul de BC :

$$\text{de } \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC} \text{ on a } \frac{4,5}{BC} = \frac{4}{6}$$

$$\text{Donc } BC = \frac{4,5 \times 6}{4} = 6,75$$

[BC] mesure 6,75 cm.

Exercice 2 :

PM = 7 cm et AM = 2,5 cm

Exercice 3 :

EF = 3,5 cm

Exercice 4 :

Les points K, F, R et K, M, P sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{KF}{KR} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{KM}{KP} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Donc } \frac{KF}{KR} = \frac{KM}{KP}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FM) et (RP) sont parallèles.

Exercice 5 :

1) Les points F, A, B et E, A, C sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{AF}{AB} = \frac{2,4}{3,2} = 0,75 \text{ et } \frac{AE}{AC} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\text{Donc } \frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

2) Calcul de EF :

Dans le triangle rectangle AFE, on applique le théorème de Pythagore :

$$AE^2 = AF^2 + EF^2$$

$$3^2 = 2,4^2 + EF^2$$

$$9 = 5,76 + EF^2$$

$$\text{Donc } EF^2 = 9 - 5,76 = 3,24$$

$$\text{D'où } EF = 1,8$$

Pour BC, on trouve BC = 2,4

3) Dans le quadrilatère FBCD, \widehat{DFB} est un angle droit et (BC) est parallèle à (FD). Donc \widehat{ABC} est un angle droit.

Comme \widehat{FDC} est également un angle droit alors FBCD est un rectangle.

$$\text{Donc : } DC = FB = 2,4 + 3,2 = 5,6$$

$$4) \frac{DF}{DE} = \frac{2,4}{4,2} = \frac{4}{7} = \frac{16}{28} \quad \text{et} \quad \frac{DG}{DC} = \frac{3}{5,6} = \frac{15}{28}$$

Les droites ne sont pas parallèles.